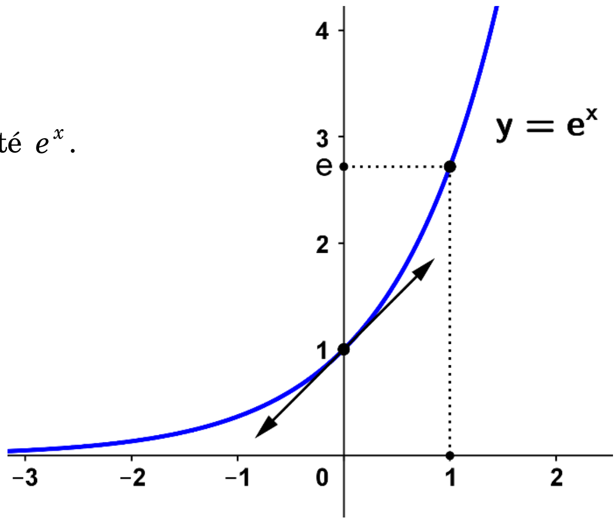
Lycée Rue Ahmed Amara Le Kef
◇ ◇ ◇
Habib Gammar

Fonctions Exponentielles

4^e^ Eco.Gestion

❖ Définition et conséquences

- On appelle fonction exponentielle la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien.
- L'image d'un réel x par la fonction exponentielle est noté e^x.
- $(e^x = y) \Leftrightarrow (x = \ln y)$ avec $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}_+^*$
- $\ln(e^x) = x$; $\forall x \in \mathbb{R}$
- $e^{\ln x} = x$; $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$
- La fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa fonction dérivée est la fonction $x \mapsto e^x$.
- La fonction exponentielle est bijective de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}_+^*$ et $e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$



❖ Propriétés algébriques

Soit a et b deux réels ; $(p \in \mathbb{Z}$; $q \in \mathbb{N},\ q \geq 2)$

- $e^{a+b} = e^a \times e^b$
- $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$
- $e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$
- $e^{pa} = (e^a)^p$

❖ Limites usuelles

- $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$
- $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} x e^x = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^r} = +\infty$; $(r \in \mathbb{Q}_+)$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$; $(n \in \mathbb{N})$

❖ Fonction exp(u)

- Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I.
  La fonction $f : x \mapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur I et $f'(x) = u'(x)e^{u(x)}$ $\forall x \in I$.
- Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I.
  Les primitives sur I de la fonction $x \mapsto u'(x)e^{u(x)}$ sont les fonctions $x \mapsto e^{u(x)} + k$;$(k \in \mathbb{R})$

❖ Fonction exponentielle de base a

- Soit un réel $a > 0$. Pour tout réel b, on pose $a^b = e^{b \ln a}$
- Soit un réel $a > 0$. On appelle fonction exponentielle de base a la fonction $x \mapsto a^x$
- Soit un réel $a > 0$. La fonction $x \mapsto a^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa fonction dérivée est $x \mapsto (\ln a)a^x$
  - Si $a > 1$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0$
  - Si $0 < a < 1$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = 0$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = +\infty$